

Feladatok a 8. hét anyagához (beadható: a 10. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. (Matlab) Gyakorlaton megoldottuk a

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + 500 \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, 1), \\ u_0(0, x) &= (1 - 10|x - 0.7|)^+, \quad x \in [0, 1], \\ u(t, 0) &= u(t, 1) = 0\end{aligned}$$

advekción-diffúziós egyenletet úgy, hogy a térbeli deriváltakat a centrális közelítésekkel helyettesítettük. Azt láttuk, hogy a stabilitás szükséges és elégséges feltétele a $q \leq 1/(2\nu) = 1/2$ feltétel volt (a kezdetiérték-feladatra). Láttuk azt is, hogy a stabilitási feltételt betartva is kaphatunk kvalitatívan helytelen megoldást, azaz olyat, ami hamis oszcillációt mutat. Ezt kerültük el azzal, hogy az iterációs mátrixról garantáltuk, hogy a maximumnormája ne legyen nagyobb 1-nél (maximumnormában is legyen stabil a séma). Ezt úgy tudtuk elérni, hogy a rácstávolságot is kicsire választottuk, nevezetesen a $\Delta x \leq 2\nu/c = 2/500$ feltételt kellett teljesíteni.

Oldjuk most meg úgy a feladatot, hogy a hely szerinti első deriválnál az (alacsonyabb rendű) upwind sémát használjuk! Határozzuk meg annak elégséges feltételét, hogy az iterációs mátrix maximumnormája ne legyen 1-nél nagyobb, és az ennek megfelelő paraméterválasztással szimuláljuk a differenciálegyenlet által leírt folyamatot!

A Matlab program mutassa a szimulációt egy megfelelő paraméterválasztással, és a fájlba megjegyzésként írjuk bele, hogy milyen paraméterválasztás ad kvalitatívan is helyes megoldást.

2. FELADAT. (Matlab) Gyakorlaton megoldottuk a

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + (2.5 - u) \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad x \in (0, 1), \\ u_0(0, x) &= 1 + \sin(2\pi x), \\ u(t, 0) &= u(t, 1)\end{aligned}$$

feladatot a Lax–Friedrichs-sémával. (Úgy tűnik, hogy a program mégiscsak jó volt. Futassuk a programot az $r = 0.4$ és $n = 500$ paraméterekkel!) Írjuk át úgy a programot, hogy az upwind sémát használjuk a fenti paraméterekkel. A Matlab program mutassa a szimulációt.