**Feladatok a 6. hét anyagához (beadható: a 7. heti gyakorlatig (tavaszi szünet utáni hét csütörtök))**

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. Feladat. (Matlab) Gyakorlaton megoldottuk a

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}+c\frac{\partial u}{\partial x}&=0,\ x\in(0,1),\ t\in(0,t_{\max}),\\ u_0(0,x)&=\sin(l\pi x),\\ u(t,0)&=u(t,1)\end{aligned}$$

advekciós feladatot ($t_{\max}=20$, $l=2$, $c=1$, $r=c\Delta t/\Delta x=0.8$, $n=600$ értékekkel). Láttuk, hogy az

$$\frac{u_j^{k+1}-u_j^k}{\Delta t}+c\frac{u_{j+1}^k-u_{j-1}^k}{2\Delta x}=0$$

FTCS séma egyetlen $r$-re sem lesz stabil (azaz konvergens). Cseréljük ki a sémában az $u_j^k$ értéket az $(u_{j+1}^k+u_{j-1}^k)/2$ kifejezésre, és módosítsuk a programot ennek megfelelően. Így kapjuk az ún. Lax–Friedrichs-sémát, amely $|r|\le 1$ esetén stabil lesz. Alkalmazzuk most az $n=60$, $t_{\max}=2.5$ paraméterválasztást, és oldjuk meg a feladatot $l=2$ és $l=4$ esetén is (a második egy nagyobb frekvenciás hullám mint az első). Vegyük észre, hogy a numerikus megoldás során a hullám amplitúdója csökken és a hullám eltolódik a pontos megoldáshoz képest. Vizsgáljuk meg hogy hogy függ $l$-től az amplitúdócsökkenés és az eltolódás mértéke. A program mutassa minkét $l$ esetén a $t=t_{\max}$-hoz tartozó megoldást, és kommentként szerepeljen a fájlban a kérdésre adott szöveges válasz.

2. Feladat. (Papíron) Tekintsük az $u_j^{k+1}=c_{-1}u_{j-1}^k+c_0u_j^k+c_1u_{j+1}^k$ sémát az $u_t'+cu_x'=0$ advekciós egyenlet megoldására! Határozzuk meg a $c_{-1}, c_0$ és $c_1$ kifejezéseket úgy, hogy a séma konzisztenciarendje a lehető legmagasabb legyen!