**Feladatok a 4. hét anyagához (beadható: az 5. heti gyakorlatig)**

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. Feladat. (Papíron) Gyakorlaton vizsgáltuk a

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\\
u_0(0,x) &= u_0(x),\\
\frac{\partial u}{\partial x}(t,0) &= 0,\\
u(t,1) &= 0,
\end{aligned}$$

feladatra alkalmazott explicit Euler-séma konzisztenciarendjét abban az esetben, ha a bal oldali peremen az $x$-szerinti első deriváltat az $(u_1^k - u_0^k)/\Delta x$ módon közelítettük. Azt kaptuk, hogy a $T_1^{k+1}$ képlethiba nem tart nullához a rács finomítása esetén. (Ennek ellenére a programunk $\mathcal{O}(\Delta t + \Delta x)$ konvergenciát mutatott.)

Vizsgáljuk meg a konzisztenciarendet abban az esetben, ha a bal oldali deriváltra a másodrendű $(u_1^k - u_{-1}^k)/(2\Delta x)$ közelítést alkalmazzuk! Elég az $i = 0$ indexű pontban kiszámítani a $T_0^{k+1}$ képlethibát! (A többi pontban nyilván $\mathcal{O}(\Delta t + \Delta x^2)$ lesz a képlethiba. Az eredményt érdemes összevetni azzal, hogy a programunk $\mathcal{O}(\Delta t + \Delta x^2)$ konvergenciát mutatott. Ez a számolás egyszerűbb lesz, mint amit a gyakorlaton mutattam.)

2. Feladat. (Matlab) Egy egységnyi hosszú rúd bal végpontját egy $1°C$-os közegbe helyezzük (nem ugyanaz mintha $1°C$-on tartanánk!), míg a jobb végpontot $0°C$-on tartjuk. A rudat hűtjük. A hűtést az $f(x) = -10x^2$ forrásfüggvény írja le. Kíváncsiak vagyunk a hőmérséklet alakulására a rúdon az idő függvényében. A feladat modellje a

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 10x^2,\\
u_0(0,x) &= \cos(\pi x/2),\\
4(u(t,0)-1) - \frac{\partial u}{\partial x}(t,0) &= 0,\\
u(t,1) &= 0
\end{aligned}$$

differenciálegyenlet lesz. Oldjuk meg a feladatot az explicit Euler-módszer segítségével! A bal oldali Robin-feltétel közelítésére alkalmazzunk másodrendű közelítést! Legyen $n = 59$ belső osztópont a rúdon, legyen $q = 1/2$, és a feladatot a [0,0.9] időintervallumon szimuláljuk!