

## Feladatok a 10. hét anyagához (beadható: a 12. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. Gyakorlaton megoldottuk az alábbi kétdimenziós hővezetési egyenletet a Crank–Nicolson-módszerrel az egységnégyzeten homogén Dirichlet-peremfeltétel mellett. Ezután alkalmaztuk a Peaceman–Rachford-sémát a megoldásra. (Mindkét esetben a Matlabbal oldattuk meg az iterációs egyenletrendszereket.) Mérjük meg mindkét iteráció futási idejét, és hasonlítsuk össze a futási időket! (A mátrixok konstruálását nem kell belemérni az időbe, és nem is kell ábrázolni a megoldást.) Legyen  $t_{\max} = 0.2$ ,  $n = 50$  ( $x$ - ill.  $y$ -irányú belső osztópontok száma) és  $q = 0.2$ !

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \Delta u, \quad (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1) =: \Omega \\ u(0, x, y) &= \sin(\pi x) \sin(\pi y); \\ u(t, x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega.\end{aligned}$$

2. FELADAT. Oldjuk meg az alábbi kétdimenziós hullámgömb egyenletet az egységnégyzeten homogén Dirichlet-peremfeltétel mellett a  $[0, 2]$  időintervallumon! Az első időrétegen úgy adjuk meg  $u$  közelítését, hogy időben másodrendű maradjon a séma! Az m-fájl a szimulációt mutassa!

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \Delta u, \quad (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1) =: \Omega \\ u(0, x, y) &= e^{-400(x-0.5)^2 - 400(y-0.5)^2}; \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0, x, y) &= 0; \\ u(t, x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega.\end{aligned}$$

3. FELADAT. Oldjuk meg a Galjorkin végeelem módszer segítségével az alábbi feladatot!

$$-u'' + 10u = 10x^2(x - 1) - 6x + 2, \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Használjuk a gyakorlaton is használt sátor-függvényeket bázisnak (szakaszonként lineáris véges elemek). Fel kell írni a gyenge alakját az egyenletnek, annak segítségével meg kell határozni a merevségi mátrixot (ezek lesznek az elemei:  $a_{ij} = \int_0^1 (\phi_j' \phi_i' + 10\phi_j \phi_i)$ ) és a terhelési vektort (itt lehet a gyakorlaton is szereplő trapéz módszert használni a terhelési vektor elemeinek közelítésére), majd meg kell oldani az egyenletrendszert a  $c_i$  szorzókra. Ezek után ábrázoljuk a numerikus megoldást és a pontos megoldást egy koordinátarendszerben (pontos megoldás  $u(x) = x^2(x - 1)$ )! (A számításokat nem kell beadni papíron, csak a programot, amely meghatározza a megoldást és elkészíti a kért ábrát.)