

1. MINTA ZÁRTHELYI

Kalkulus 1.
MATEMATIKA BSc

2025. október
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis és Operációkutatás Tanszék

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6*.	Σ

- (10 pont) a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = ?$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n}}{n!7^n} = ?$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+1}{4n+2}\right)^{8n} = ?$
- (10 pont) Legyen $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \sqrt{4a_n - 3}$, $n \geq 1$. Mutassuk meg, hogy az (a_n) sorozat konvergens és adjuk meg a határértékét.
- (10 pont) Legyen $a_n = (2 + (-1)^n)(1 + 1/n)^n$. Adjuk meg $\inf a_n$, $\sup a_n$, $\liminf a_n$, $\limsup a_n$ értékét.
- (10 pont)
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x - 2\sin^2 x} = ?$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{ch}(x+1)}{\operatorname{sh}(x-4)} = ?$
- (10 pont) Legyen $f(x) = \ln(\operatorname{tg}(\pi/4x))$. Adjuk meg azt az $x = 5$ -öt tartalmazó legbővebb intervallumot, ahol f invertálható. Számítsuk ki az inverz függvényt és annak értelmezési tartományát.
- (10 pont - BÓNUSZ) Legyen

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2}{|x - 1|} + \operatorname{sh}\left(\frac{1}{1+x}\right) + e^{-\frac{1}{x^2}}.$$

Hol folytonos a függvény? Keressük meg és osztályozzuk a szakadási helyeket.