

Kalkulus 2, BMETEAObSMKAL2-00

Vizsgatematika, 2026. tavasz

1. Numerikus sorok: a konvergencia definíciója, mértani sorok, a konvergencia szükséges feltétele, nemnegatív tagú sorok kritériumai (majoráns, minoráns, hányados és gyökkritérium, kondenzációs és integrálkritérium, hibabecslés).
2. Numerikus sorok: abszolút és feltételesen konvergens sorok, Leibniz kritérium, hibabecslés. Zárójelezés, zárójelek felbontása. Az összeadandók sorrendjének megváltoztatása. Sorok Cauchy-szorzata, Mertens tételei. Nevezetes függvények Taylor-sorai ($\sin x$, $\cos x$, $\sinh x$, $\cosh x$, e^x).
3. A d -dimenziós tér topológiája (nyílt halmaz, zárt halmaz, halmaz külső, belső, izolált és határpontja). Többváltozós függvények határértéke, folytonossága, parciális deriváltak. Totális differenciálhatóság definíciója, kapcsolat a folytonossággal és a parciális differenciálhatósággal. Totális differenciálhatóság elégséges feltétele. Differenciál, függvény megváltozásának közelítése differenciállal. Érintősík.
4. Deriváltmátrix, közvetett függvény deriválás. Iránymenti deriválás. Kétváltozós függvény érintősíkja. Magasabbrendű deriváltak, Young tétele. Lagrange középértéktétel. Magasabbrendű differenciálok. Többváltozós függvény Taylor polinomja, Lagrange-féle maradéktag.
5. Hesse mátrix. Valós szimmetrikus mátrix definitása. Definitás jellemzése a sajátértékek előjelével illetve a főminorok előjelével. Lokális szélsőérték, szükséges feltétele, elégséges feltétele a Hesse-mátrix alapján. Kétváltozós függvény lokális szélsőértékeire vonatkozó speciális szabályok. Tartományi szélsőérték. Feltételes szélsőérték: szükséges feltétele, elégséges feltétele, Lagrange-multiplikátor. Implicit függvény tétele, inverz függvény tétele.
6. Felosztás téglalapon, felosztáshoz tartozó alsó és felső közelítő összeg, oszcillációs összeg. Alsó és felső integrál, integrál. Integrálhatóság kritériumai. Fubini tétele téglalapon vett integrálokra. Integrálás normáltartományon. Az integrálok sorrendjének felcserélése kétváltozós integrálokra. Helyettesítéses integrálás. d -változós függvények integrálása, a fogalom felépítése. Helyettesítéses integrálás 3 változós esetben. Gömbi koordináták.
7. Síma görbe. Görbe ívhossza. Skalármező görbementi integrálja. Irányított görbe. Vektormező görbementi integrálja (munka), alaptulajdonságai. Skalárpotenciál, Newton-Leibniz formula potenciálos vektormező görbementi integráljára. Potenciálos vektormező jellemzése görbementi integrálokkal. Skalárpotenciál keresése, létezésének szükséges feltétele.
8. Felület síma paraméterezése. Felszín. Kétváltozós függvény grafikonjának felszíne. Skalármező felületi integrálja. Irányított felület. Vektormező felületi integrálja (fluxus). f'_x és f'_y síkbeli tartományon vett integrálja. Green tétele síkbeli vektormező görbementi integráljáról. Síkidom területe görbementi integrállal.
9. Vektortér divergenciája és rotációja. Definíció, fizikai értelmezés. Nabla operátor. Azonosságok. f'_x , f'_y és f'_z integrálja térbeli tartományon. Gauss-Ostrogradszkij tétel. Stokes tétel.